

## **White Paper - Objetivos.**

- Analizar las características generales de los sistemas de potencia, en especial las líneas de transmisión.
- Describir el modelo matemático de los parámetros relevantes que determinan la calidad del flujo de potencia en las líneas de transmisión.
- Formular el modelo matemático del flujo de potencia en líneas de transmisión.
- Simular la operación de las líneas de transmisión mediante el software Matlab, utilizando el modelo matemático formulado.

## Introducción

Los cálculos de flujo de potencia son tareas muy amplias y comunes en las etapas de planificación del sistema de potencia. Tradicionalmente, las redes de transmisión se diseñaban e implementaban basándose en la experiencia e intuición del ingeniero eléctrico. Hoy en día, la planificación de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), cuenta con numerosos métodos de análisis que utilizan modelos matemáticos o heurísticos que minimizan o maximizan una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones.

Así lo afirma Nuques Ochoa (2009), quien desarrolló un modelo matemático para optimizar la expansión del sistema nacional de transmisión ecuatoriano desde su etapa de planificación. Este autor plantea que el principal problema en la formulación del modelo fue la intervención de un conjunto de variables entre las que se encuentran los flujos de potencia por las líneas de transmisión, la cual es una variable continua; el número de circuitos a ser implementados, la cual es una variable entera, así como una serie de restricciones lineales y no lineales, conformando por tanto un fenómeno de naturaleza no lineal entera mixta. Así, a medida que se expande la red eléctrica, se multiplica el número de variables y por ende sucede un aumento exponencial de posibles combinaciones que conducen a numerosas y distintas soluciones. Para enfrentar esta complejidad, Ochoa propone el uso de la técnica denominada Algoritmo Evolutivo de Rebotes Simulados con el fin de obtener planes de expansión más económicos y eficientes.

En épocas recientes han evolucionado los métodos para analizar los flujos de potencia en los sistemas eléctricos, tales como la matriz de impedancia y el método Newton-Raphson. Sin embargo, el método de flujo de potencia desacoplado de Newton, el cual utiliza la técnica de eliminación de matriz dispersa, ha sido reconocido como el más eficiente para hallar soluciones en el análisis del flujo de potencia de sistemas eléctricos de gran escala (Zhang, Rehtanz, & Pal, 2012).

Fernández y Fuentes (2011) diseñaron un programa capaz de solucionar el problema de flujo de carga para el análisis de cualquier sistema eléctrico de potencia, específicamente para resolver el problema de flujo óptimo de potencia en dichos sistemas. El requisito fundamental para realizar este tipo de herramientas que permiten el análisis

computarizado de los sistemas de potencia, es el conocimiento detallado de los componentes, primera tarea que ejecutan en su investigación, derivando de este análisis las ecuaciones que representan cada componente para luego crear un sistema de ecuaciones que represente la dinámica del sistema en su totalidad. El estudio del flujo de carga se realiza utilizando el método Newton-Raphson para resolver ecuaciones algebraicas no lineales, con lo cual en realidad se busca la solución en régimen permanente de la red del sistema. El programa informático fue desarrollado en lenguaje Python.

Guzmán (2012) realizó un estudio sobre el uso del programa PSAT (Power System Analysis Toolbox), soportado por la plataforma de Matlab, para el análisis y simulación de sistemas eléctricos de potencia. El autor afirma que, debido a la complejidad y la gran cantidad de datos que se manejan, las herramientas de la computación son imprescindibles para aportar capacidades suficientes al ingeniero eléctrico a la hora de analizar o diseñar los sistemas de potencia, los cuáles pueden ser divididos en etapas o silos, lo que facilita la manipulación y estudio de todos los factores que determinan la calidad de dichos sistemas.

Guzmán (2014) parte de un modelo matemático de cada uno de los componentes del Sistema Eléctrico Nacional Interconectado (SNI) del Ecuador, para desarrollar una aplicación en Matlab que permita determinar el Flujo de Potencia Óptimo o OPF (Optimal Power Flow) y minimizar las pérdidas de potencia activa, utilizando el método de puntos interiores Primal-Dual. Los resultados de las pruebas en esta investigación verifican que mientras más controles se apliquen en la ejecución de un OPF, se logra mayor reducción de pérdidas en MW (Mega Watts).

En contingencias del sistema eléctrico, se pueden producir bajas de tensión en las barras y sobrecargas en otros elementos de la red. Aguas (2014) desarrolló una aplicación en Matlab para el esquema de alivio de cargas óptimo por bajo voltaje para el SIN ecuatoriano, para lo cual primero desarrolló un modelo matemático de todos los componentes del sistema.

La eficiencia, la confiabilidad y la economía son factores fundamentales que determinan la calidad de los sistemas de potencia, por lo que requieren de una planificación científica, la cual sólo es posible mediante el modelado matemático de los componentes de dicho sistema. Cuando un sistema de potencia está trabajando bajo condiciones específicas

de generación, carga y topología de red, la solución de dicho sistema se denomina flujo de potencia. Las ecuaciones de flujo de potencia que arroja un modelo matemático del sistema, permiten calcular los diferentes parámetros para mantener la operatividad dentro de sus rangos normales y, primordialmente, minimizar las pérdidas de potencia activa en las líneas de transmisión.

En el Ecuador, las constantes caídas de tensión en las líneas de transmisión largas causadas por resistencias, inductancias, capacitancias y conductancias afectan mayormente a grandes clientes en el sector industrial. Debido a esta situación, el ARCONEL (Agencia de Regulación y Control de Electricidad) penaliza a las distribuidoras eléctricas que no cumplan con la Regulación sobre la Calidad del Transporte de Electricidad y del Servicio de Transmisión y Conexión en el Sistema Nacional Interconectado, el cual indica que “Las distorsiones o variaciones de voltajes por sobre los límites de calidad en las barras y líneas del sistema de transmisión que sean causados por las distribuidoras eléctricas, serán solucionados por éste”. La sanción corresponderá a 30 SBU (Salario Básico Unificado) y la reincidencia será sancionada con el máximo de 40 SBU,

## **Sistema eléctrico de potencia**

Un sistema eléctrico de potencia es aquel que se encarga del manejo, conversión y transporte de la energía eléctrica, principalmente implementada mediante la forma conocida como corriente alterna. En la entrada del sistema, la energía eléctrica es generada a partir de procesos naturales. Luego, se establece una interconexión entre estas fuentes y las cargas de los clientes a través de una red de líneas de transmisión, transformadores y equipos accesorios, una estructura que posee muchas variantes dependiendo de factores económicos, geográficos, políticos y ambientales (Acha, Fuerte , Ambriz, & Camacho, 2004).

Para el análisis y estudio de un sistema eléctrico de potencia es esencial la modelación del mismo, tanto en condiciones normales como en condiciones de emergencia. La modelación incluye la descripción del comportamiento tanto de los

componentes por separado, como del sistema en su totalidad, integrado por todos los componentes conectados funcionando como una unidad (Arguello, 1988; Arguello, 1988).

Un sistema de potencia en régimen estacionario se encuentra en el estado de operación normal en el momento en que todos sus componentes están funcionando dentro de sus límites de operación y la entrega de energía eléctrica se desarrolla de la manera más económica, sin interrupción y con calidad estándar, la cual está determinada por la frecuencia y magnitud de la tensión, así como por el nivel de distorsión de la forma de onda. Cuando la calidad del servicio está comprometida y los componentes del sistema están operando fuera de sus límites de seguridad, se decreta la emergencia del sistema.

El comportamiento de los sistemas de potencia es tan complejo, que en la práctica no es posible, y pocas veces útil, simularlo todo. Por lo que se ha acudido a la estrategia de dividirlo y estudiarlo por partes.

El estudio de un SEP comprende tanto la simulación del mismo, como el análisis y posterior uso de los resultados para los procesos de tomas de decisiones importantes, como podría ser la ampliación del sistema a medida que crece la demanda eléctrica por aumento poblacional. Para realizar la simulación se requiere de un modelo usualmente de tipo matemático. El Estudio de la Estabilidad del Sistema es la evaluación más generalizada, por ser la que certifica si la operación del sistema es segura.

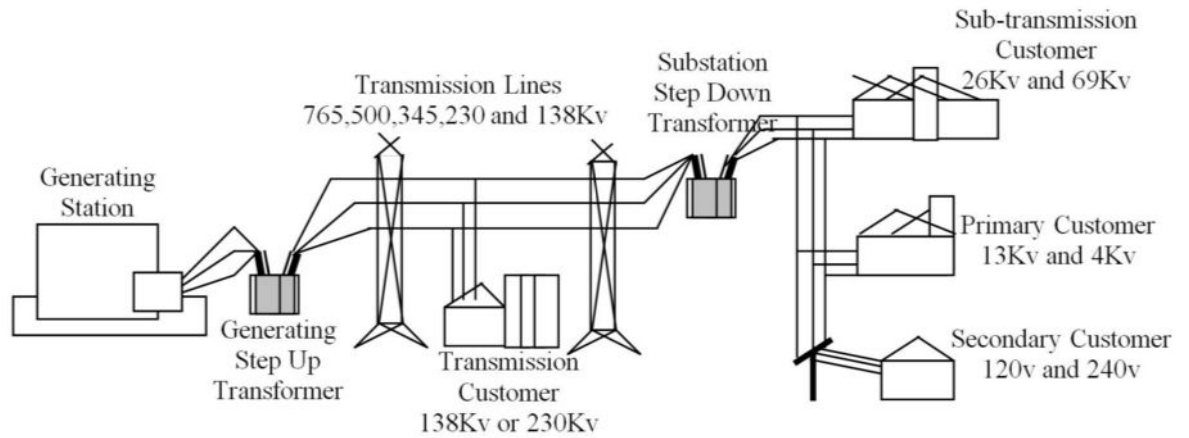
Otro de importancia es el Estudio de Flujo Óptimo de Carga, simulación que permite determinar la repartición más económica de la generación de energía eléctrica entre unidades térmicas que ya han sido asignadas para satisfacer una demanda específica sin que el sistema salga de su estado normal de operación.

Seifi y Sadegh (2011) afirman que un sistema típico de potencia está compuesto por una enorme cantidad de elementos. Sin embargo, los principales se pueden categorizar de la siguiente manera:

- Instalaciones de generación;
- Instalaciones de transmisión;
  - Subestaciones;
  - Redes (líneas y cables);

- Cargas

La Figura 1 permite visualizar la estructura de un sistema de potencia típico, donde se puede apreciar la etapa de generación, la transmisión y la carga:



**Figura 1:** Sistema eléctrico de potencia típico.  
**Fuente:** (INTECH, 2012)

## Modelado de los elementos del sistema de potencia

### Modelo matemático.

Según Arguello (1988), “La modelación del sistema eléctrico de potencia es la base esencial para estudiar y analizar su comportamiento tanto en condiciones normales como en situaciones de emergencia”.

Se denomina modelo matemático a un sistema de ecuaciones que representan el comportamiento de un mecanismo o fenómeno físico en cierto rango de operación. En el caso de los sistemas de potencia, cuando el mismo se encuentra en régimen estacionario, las ecuaciones son algebraicas; mientras que si el sistema está en régimen transitorio, las ecuaciones son diferenciales. Casi la totalidad de los sistemas de potencia son trifásicos. En consecuencia, los sistemas de ecuaciones que los representan están compuestos por parámetros y variables de las tres fases.

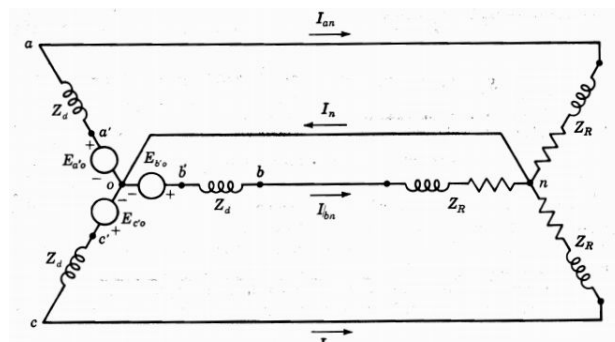
El hecho de que el sistema sea simétrico y su operación ocurra bajo condiciones balanceadas, hace posible obtener un modelo matemático simplificado y conformado por

los parámetros de un sola fase. A dicho modelo se le conoce con el nombre de modelo monofásico.

Para el ingeniero eléctrico es posible obtener una red o circuito que sea equivalente al sistema de ecuaciones que representa el sistema de potencia. Valiéndose de la teoría de redes eléctricas, el ingeniero es capaz de elaborar una representación gráfica que facilita el desarrollo de la intuición durante el análisis del sistema.

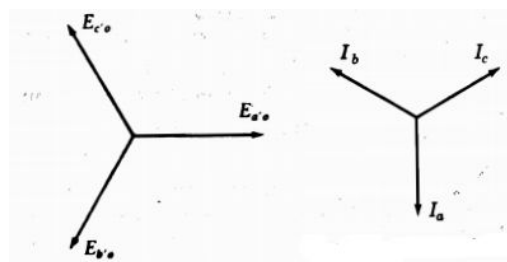
### Modelo unifilar de circuitos trifásicos balanceados

Como se señaló con anterioridad, los sistemas de potencia se alimentan de generadores trifásicos. Idealmente, las cargas conectadas al sistema tienen impedancias idénticas para cada una de las tres fases, por lo que se les denomina cargas balanceadas (Grainger & Stevenson, 1996). La Figura 2 muestra un ejemplo de una carga balanceada para un generador trifásico en Y:



**Figura 2:** Generador en Y conectado a una carga balanceada en Y.  
**Fuente:** (Grainger & Stevenson, 1996)

La carga balanceada y el generador trifásico ocasionan corrientes de línea de igual magnitud, desfasadas simétricamente a  $120^\circ$ , tal como se muestra en la Figura 3. En consecuencia, el sistema recibe la denominación de sistema equilibrado o balanceado.



**Figura 3:** Voltajes de fase y corrientes de línea de un sistema trifásico balanceado.

Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)

En los sistemas trifásicos como el de la Figura 3, que tienen incorporada la línea de neutro, los voltajes y corrientes suelen denominarse como voltajes de línea a línea, o voltajes de línea a neutro. La Figura 4 muestra la relación entre estos voltajes. Una relación gráfica semejante puede derivarse para las corrientes de un sistema de potencia balanceado.

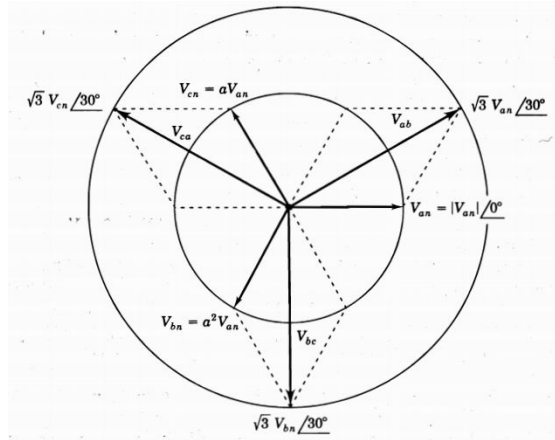


Figura 4: Voltajes de línea a línea en relación con los voltajes de línea a neutro de un sistema trifásico balanceado.

Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)

Stevenson (1985) afirma que un sistema trifásico equilibrado se resuelve siempre como un circuito monofásico, formado por una de las tres líneas y un neutro de retorno; por esta razón, muy rara vez, es necesario representar en el esquema del circuito, más de una fase y el neutro.

Al diagrama unifilar se llega por medio de un proceso de simplificación del sistema eléctrico en el cual los parámetros no se indican y se sustituyen por símbolos normalizados, mientras las líneas de transmisión se representan por medio de una sola línea. De esta manera, el diagrama unifilar aporta los datos más relevantes del sistema de una manera concisa, aportando sólo información relevante según la necesidad y tipo de análisis que se haga de la red.

En ocasiones especiales, como por ejemplo la falla del sistema, el diagrama unifilar aporta información sobre los interruptores, los transformadores de corriente o de tensión. Por tanto, los datos suministrados por el diagrama dependen del tipo de problema que se estudia.

Las siguientes son las instituciones y las correspondientes normas eléctricas de mayor uso (InfoPLC, 2012):

- National Electrical Code (NEC);
- American National Standard Institute (ANSI);
- National Electrical Manufacturers Association (NEMA);
- The Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. (IEEE).

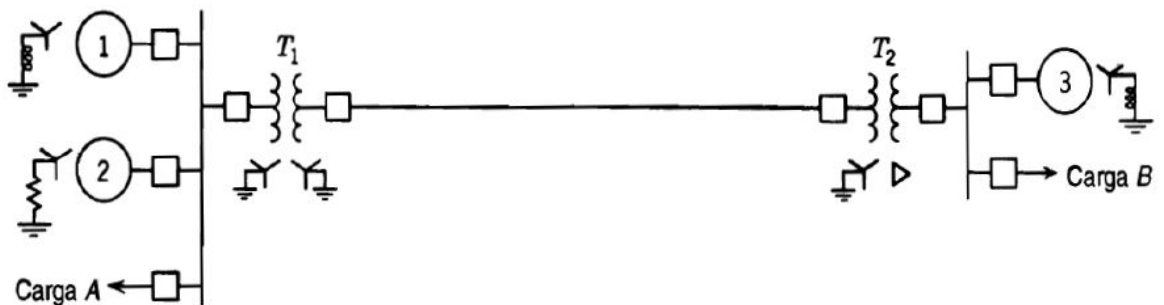
En un diagrama unifilar se encuentran elementos gráficos tales como los cuadros eléctricos, señalado mediante un línea discontinua; el circuito, representado mediante una rama de dos extremos; el número y característica de los conductores, representado mediante trazos oblicuos y paralelos entre sí; receptores eléctricos, colocados en las ramas inferiores del esquema unifilar.

La Tabla 1 muestra algunos de los símbolos más utilizados en los diagramas unifilares:

**Tabla 1:** Símbolos eléctricos de los diagramas unifilares.  
**Fuente:** Elaborado por el autor.

Símbolo	Nombre del aparato
	Máquina o inducido giratorio
	Transformador de potencia de dos devandos
	Transformador de potencia de tres devandos
	Fusible
	Transformador de corriente
	Transformador de tensión
	Amperímetro y voltímetro
	Interruptor de circuitos de potencia en aceite o en otro líquido
	Interruptor de circuito de aire
	Conexión trifásica en triángulo
	Conexión trifásica en estrella con neutro a tierra
	Conexión trifásica en estrella sin puesta a tierra del neutro

La Figura 5 muestra un ejemplo de diagrama unifilar:



**Figura 5:** Diagrama unifilar de un sistema eléctrico de potencia.

**Fuente:** (Guzmán, 2012)

## Diagrama de impedancia y reactancia

El diagrama unifilar debe transformarse en un circuito equivalente de impedancias y reactancias para poder realizar un análisis del sistema de potencia, en caso de presentarse un cortocircuito o simplemente para estudiar su comportamiento en condiciones específicas que se presentan cuando suministra energía a una carga particular (Stevenson, 1985). La Figura 6 muestra un ejemplo de diagrama de impedancias, circuito equivalente que corresponde a un diagrama unifilar en particular.

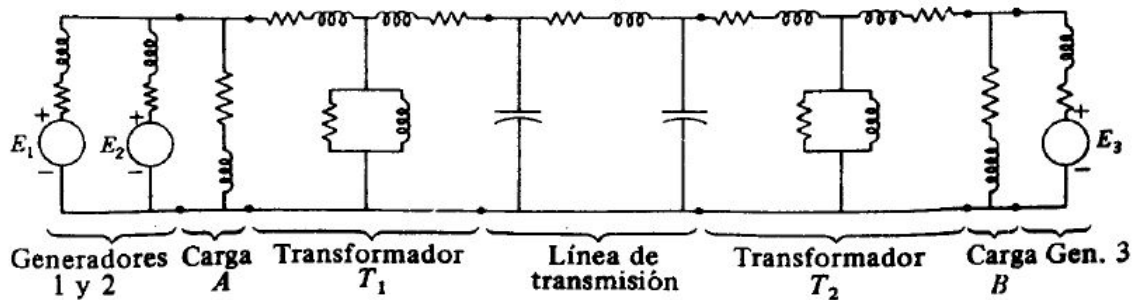


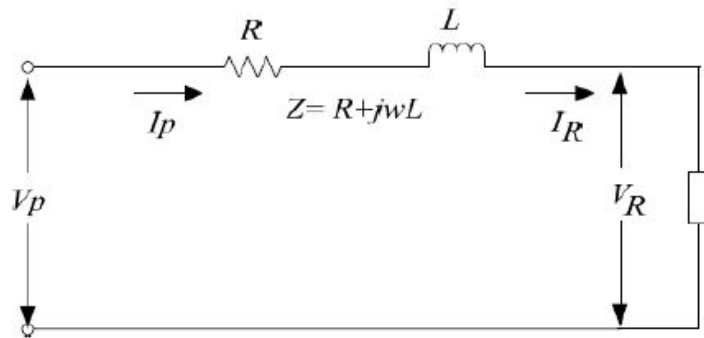
Figura 6: Diagrama de impedancias.  
Fuente: (Stevenson, 1985)

En el diagrama de impedancias de la figura anterior se representan los valores nominales de la resistencia total y la reactancia inductiva equivalente de la línea en su brazo en serie, mientras que la reactancia capacitiva se representa en su brazo en paralelo, con relación al neutro. Cada transformador muestra los valores equivalentes de su reactancia de dispersión, su resistencia y el paso de la corriente magnetizante. Cada generador está también representado por una fuente en serie con sus valores correspondientes de reactancia y resistencia. Las cargas en este caso son cargas en retraso, representadas por una reactancia inductiva en serie con la resistencia correspondiente. En condiciones de equilibrio, no circulan corrientes por tierra, por tanto se considera que el neutro de las fuentes de voltaje están al mismo potencial que el neutro del sistema.

## Representación de líneas de transmisión

Según Fernández y Fuentes (2011), las líneas de transmisión se pueden clasificar en líneas cortas, medianas y largas. Sus características se describen a continuación:

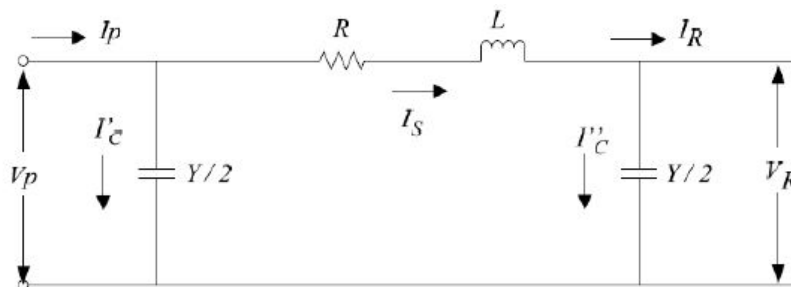
1. Líneas cortas. El término de línea corta de transmisión se aplica por lo general a aquellas con menos de 80 Km de largo y 60 Hz de frecuencia, además para esta tipología se desprecia la admitancia en derivación, tal como se puede observar en la Figura 7:



**Figura 7:** Modelo de línea corta.

**Fuente:** Elaborado por el autor.

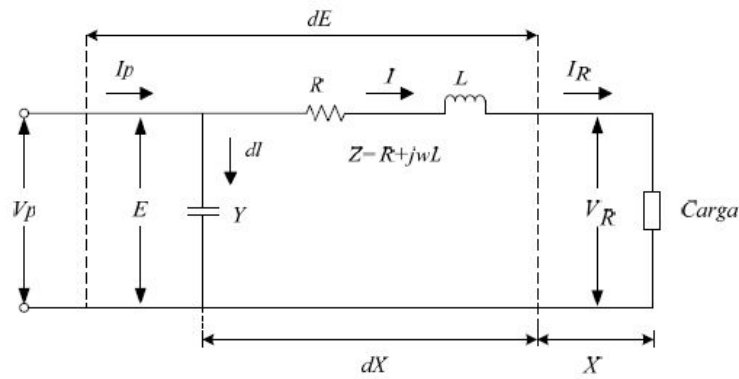
2. Líneas medianas. El término se aplica a aquellas líneas cuya longitud varía entre los 80 a 250 Km y 60 Hz de frecuencia. Es costumbre concentrar la capacitancia total en derivación y situar la mitad en cada extremo de la línea, tal cual como se muestra en el circuito equivalente de la Figura 8:



**Figura 8:** Modelo de línea mediana.

**Fuente:** Elaborado por el autor.

3. Líneas Largas. Denominación que se aplica a las líneas con longitudes mayores a los 250 Km y para la cual los parámetros de la línea no están agrupados sino distribuidos uniformemente a lo largo de la línea. El circuito equivalente de una sección de la línea se muestra en la Figura 9:



**Figura 9:** Modelo de línea larga.  
**Fuente:** Elaborado por el autor.

Las líneas de transmisión presentan cuatro parámetros que afectan su capacidad para cumplir su función como parte de un sistema de potencia: resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia.

### Resistencia e Impedancias serie de las líneas de transmisión

La resistencia de los conductores en las líneas de transmisión son los principales responsables de pérdida de potencia durante la transmisión. La resistencia efectiva  $R$  de un conductor es:

$$R = \frac{\text{pérdida de potencia en el conductor}}{|I|^2}$$

Donde:

$R$  : resistencia efectiva en ohmios ;

$|I|^2$  : módulo de la intensidad de corriente elevado al cuadrado ;

Potencia en Watts .

La resistencia efectiva  $R$  es igual a la resistencia de cd cuando la corriente es uniforme a través del conductor. La resistencia de cd  $R_o$  de los conductores puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$R_o = \frac{1.02\rho l}{A}$$

Donde:

$R_o$  : resistencia de corriente directa (cd) en ohmios ;

$\rho$  : resistividad del conductor ;

$l$  : longitud del conductor ;

$A$  : área de la sección transversal del conductor .

$1.02l$  : longitud efectiva de un conductor. 1.02 es el factor de corrección

para el caso de las líneas de transmisión debido al incremento de la longitud .

La ecuación anterior sólo es válida para la corriente directa. Cuando la corriente es alterna, se produce un fenómeno llamado efecto pelicular o efecto piel, el cual consiste en que los filamentos o elementos de corriente variable en puntos diferentes de la sección transversal de un conductor, no encuentran componentes iguales de inductancia, pero el filamento central o axial encuentra la inductancia máxima y en general la inductancia ofrecida a otros filamentos de corriente disminuye conforme la distancia del filamento al eje crece, resultando un mínimo en la superficie o periferia del conductor (CITT, 2010).

Esta distribución de la densidad de corriente genera un aumento de la resistencia efectiva y una disminución de la inductancia interna efectiva; es decir, la resistencia en corriente alterna (ca) es mayor que la resistencia en corriente directa. Conforme se aumenta la frecuencia de la corriente alterna, la no uniformidad de la corriente se hace más pronunciada. En las frecuencias a las que generalmente se transmite la potencia, el efecto pelicular impacta de manera importante para largas distancias, el valor de la resistencia del conductor (Grainger & Stevenson, 1996).

Se usan tablas de características eléctricas para diferentes tipos de conductores, en términos de valores RMG (Rango Medio Geométrico) del conductor, según se puede observar en la Figura 9 para cables tipo ACSR (*Aluminum Conductors Steel Reinforced*), muy utilizados en líneas de transmisión:

**TABLE A8.1. BARE ALUMINUM CONDUCTORS, STEEL REINFORCED (ACSR) ELECTRICAL PROPERTIES OF MULTILAYER SIZES (Cont'd)**

Code Word	Size (kcmil)	Stranding Al./St.	Number of Aluminum Layers	Resistance				GMR (ft)	Phase-to-Neutral, 60 Hz Reactance at One ft Spacing	
				dc 20°C (Ohms/Mile)	ac-60 Hz				Inductive Ohms/Mile $X_a$	Capacitive Megohm-Miles $X'_a$
					25°C (Ohms/Mile)	50°C (Ohms/Mile)	75°C (Ohms/Mile)			
Flicker	477	24/7	2	0.1889	0.194	0.213	0.232	0.0283	0.432	0.0992
Hawk	477	26/7	2	0.1883	0.193	0.212	0.231	0.0290	0.430	0.0988
Hen	477	30/7	2	0.1869	0.191	0.210	0.229	0.0304	0.424	0.0980
Osprey	556.5	18/1	2	0.1629	0.168	0.184	0.200	0.0284	0.432	0.0981
Parakeet	556.5	24/7	2	0.1620	0.166	0.183	0.199	0.0306	0.423	0.0969
Dove	556.5	26/7	2	0.1613	0.166	0.182	0.198	0.0313	0.420	0.0965
Eagle	556.5	30/7	2	0.1602	0.164	0.180	0.196	0.0328	0.415	0.0957
Peacock	605	24/7	2	0.1490	0.153	0.168	0.183	0.0319	0.418	0.0957
Squab	605	26/7	2	0.1485	0.153	0.167	0.182	0.0327	0.415	0.0953

1 cmil = área de un conductor de diámetro igual a una milésima de pulgada  
 1 kcmil = 1000 cmil  
 1 cmil = 0.0005067 mm<sup>2</sup>  
 Código del conductor (nombre de aves)  
 Radio Medio Geométrico (en pies)  
 1 pie = 30.48 cm

**Figura 10:** Tabla de características eléctricas para cables tipo ACSR. **Fuente:** (FI, 2016)

De acuerdo con Grainger y Stevenson (1996), “los conductores trenzados caen dentro de la clasificación general de conductores compuestos, lo que significa que se componen de dos o más elementos o hilos que están eléctricamente en paralelo”. Es muy usado también el publicar los valores de inductancia para los conductores más utilizados, como se puede ver en la Figura 10.

La inductancia  $L$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$L = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{DMG}{RMG} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

Donde:

$L$  : Inductancia del conductor en Henrios por metro ;

$DMG$  : distancia media geométrica entre conductores ;

$RMG$  : rango medio geométrico del conductor ;

La consecuente reactancia inductiva  $X_l$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$X_l = 4 * \Pi * f * 10^{-7} * \ln \frac{DMG}{RMG} \left[ \frac{-}{m} \right]$$

Donde:

$X_l$  : reactancia inductiva del conductor, en ohmios por metro ;

$f$  : frecuencia de transmisión de la potencia ;

Las ecuaciones desarrolladas hasta ahora pueden ser adaptadas con facilidad para el cálculo de la inductancia en el caso de las líneas trifásicas.

### Capacitancia de las líneas de transmisión

La capacitancia de una línea de transmisión tiene como origen la diferencia de potencial entre los conductores, los cuales se cargan de la misma manera que lo hacen las placas de un capacitor cuando dichas líneas están conduciendo la corriente. La capacitancia entre los conductores se define como la carga por unidad de diferencia de potencial; entre conductores paralelos es una constante que depende del tamaño y el espaciamiento entre ellos. Cuando las líneas tienen una longitud menor a los 80 Km, los valores de la capacitancia suelen despreciarse porque su efecto no es muy acentuado; sin embargo, para distancias mayores, el impacto de la capacitancia en la efectividad de transmisión es de mayor importancia.

La capacitancia  $C_{ab}$  entre conductores, en una línea de transmisión de dos conductores  $a$  y  $b$ , se puede calcular mediante:

$$C_{ab} = \frac{\Pi * k}{\ln \frac{DMG}{R}} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

Donde:

$C_{ab}$  : capacitancia entre los conductores  $a$  y  $b$ , en Faradios por metro ;

$k$  : constante de permisividad =  $\left( \frac{1}{36\Pi} \right) * 10^{-10}$  ;

$R$  : radio del conductor ;

Mientras que la capacitancia  $C_n$  con respecto a la tierra o al neutro es simplemente el doble de la ecuación anterior :

$$C_n = \frac{2 * \pi * k}{\ln \frac{DMG}{R}} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

La consecuente reactancia inductiva  $X_c$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$X_c = \frac{1}{4\pi^2fk} * \ln \frac{DMG}{R} \left[ * m \right]$$

Donde:

$X_c$  : reactancia capacitiva de la línea ;

$f$  : frecuencia de transmisión de la potencia ;

El suelo afecta la capacitancia de las líneas de transmisión ya que altera el campo eléctrico de la línea, por lo que se supone en la evaluación del flujo de potencia en las líneas de transmisión, que el suelo es un conductor perfecto con la forma de un plano horizontal de extensión infinita.

## **Matlab como aplicativo para la modelación.**

Matlab es un programa que posee gran capacidad y versatilidad para el análisis de problemas matemáticos en el campo de la ingeniería, la física aplicada, la química, las finanzas, entre otras. Es un lenguaje de alto rendimiento para el análisis técnico computacional (Houcque, 2005) e integra visualización y herramientas gráficas o GUI (*Graphical User Interface*) para facilitar la programación al usuario. Contiene estructuras de datos sofisticadas, herramientas de depuración y programación orientada a datos.

Matlab fue diseñado originalmente para el análisis numérico y control lineal de sistemas; en consecuencia, es ideal para la manipulación de matrices numéricas. Adicional a estas ventajas, Matlab posee varios toolboxes (caja de herramientas) que proveen de soluciones en áreas específicas como el procesamiento de señales, diseño y análisis de sistemas de control, sistemas de potencia, gráficas en 3D, etc.

Las herramientas de Matlab para el análisis de sistemas de potencia pueden dividirse en dos tipos: programas comerciales y programas destinados a la educación e investigación. Entre los comerciales se mencionan los siguientes: NEPLAN, PowerWorld y ATP. La principal desventaja de estos es que son programas de código cerrado, por tanto no se pueden modificar sus rutinas o agregar nuevos modelos de dispositivos eléctricos, lo que limita enormemente su aplicación para el análisis de nuevas tecnologías, así como su aplicación para la investigación y la educación. En contraste, Matpower (Matlab Power System Simulation Package) es una herramienta de código abierto, fácilmente modificable que se adapta a las necesidades del mundo académico. En sus propias palabras, el [matpower-guide](#) reza: MATPOWER is a package of MATLAB M-files for solving power flow and optimal power flow problems. It is intended as a simulation tool for researchers and educators that is easy to use and modify. MATPOWER is designed to give the best performance possible while keeping the code simple to understand and modify...MATPOWER is free. Anyone may use it. A continuación, la Figura 11 muestra un resumen de los paquetes basados en Matlab para el análisis de sistemas de potencia:

Paquete	PF	CPF	OPF	SSSA	TDS	EMT	GIU	CAD
EST	x			x	x			x
MatEMTP					x	x	x	x
Matpower	x		x					
PAT	x			x	x			x
PSAT	x	x	x	x	x		x	x
PST	x	x		x	x			
SPS	x			x	x	x	x	x
VST	x	x		x	x		x	

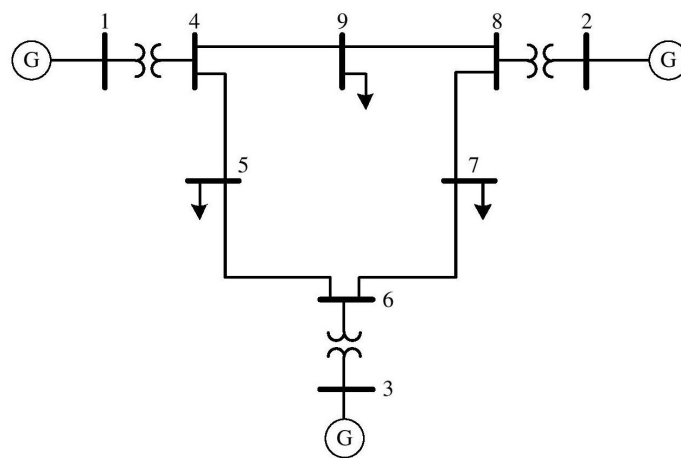
**Figura 11:** Paquetes basados en Matlab para el estudio de sistemas de potencia.

**Fuente:** (Guzmán M. , 2012)

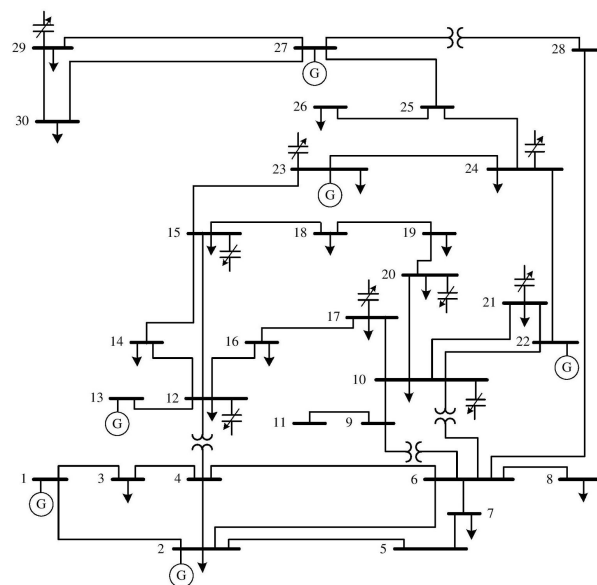
Donde:

EST: Educational Stimulation Tool; MatEMTP: Matlab Electromagnetic Transient Program; Matpower: Matlab Power System Simulation Package; PAT: Power Analysis Tool; PST: Power System Toolbox; SPS: Sim Power System; VST: Voltage Stability Toolbox. Las características ilustradas en la Figura 11 son: PF: Flujo de potencia; CPF: Continuación del flujo de potencia; OPF: Flujo óptimo de potencia; SSSA: Análisis de estabilidad de pequeña señal; TDS: Simulación en el dominio del tiempo; GUI: Interfaz Gráfica del Usuario; CAD: Construcción de red gráfica.

### Aplicación.



Caso 9 Bus IEEE



Caso 30 Bus IEEE

A continuación se presentan aplicaciones específicas de Matlab y su herramienta Matpower para analizar casos IEEE de 30 barras y 9 barras (Figuras de arriba). Si bien, la función objetivo puede ser cualquiera (en estos ejemplos se utilizan los algoritmos “Simulated Annealing” y “Tabu Search” ), la corrida de flujo de potencia es un buen ejemplo del cómo se ejecuta dicha corrida en Matlab. Para ejecutar los ejemplos se debe crear un archivo .m para cada título (a,b,...etc), con el nombre exactamente igual como aparece en la lista porque... Cada uno de ellos es utilizado por el principal y deben estar todos cargados en matlab en la misma bandeja, la misma vía de acceso, para que matlab los encuentre. Adicional a esto, se deben copiar y cargar en Matlab varios archivos de la librería de Matpower.

### 1. Tabu Search

- a. [Principal.m](#)
- b. [Caso\\_9Bus.m](#)
- c. [Caso\\_30Bus.m](#)
- d. [Fobj.m](#)
- e. [JANA.m](#)
- f. [ogranicenia.m](#)
- g. [st.m](#)
- h. [Ybus.m](#)
- i. Deberá obtener de la librería de Matpower y cargar en Matlab los siguientes archivos:
  1. test.mat
  2. all.mat
  3. bus.mat
- ii. Además debes crear un par de archivos jpg con las imágenes de cada caso mostradas anteriormente:
  1. Caso\_30Bus.jpg
  2. Caso\_9Bus.jpg
- j. Instrucciones: Al darle play al archivo Principal.m, se te abre una ventana interactiva (IDE). Del lado superior izquierdo elegirás el tipo de bus (9 o 30), elegirás el método (solo tabu search por los momentos), la función objetivo (solo aparece pérdidas) y luego llenas las características para el tabu search, coloqué un botón que indica por defecto y te lanza unos datos, dale a por defecto (tmax aumenta el tiempo de iteración, mejora la solución por si quieres jugar con el). Presionas el botón Corrida que es de color Morado, e iniciará los cálculos Esperas a que termine y en resultados puedes ver todas las respuestas. Sabrás que el programa terminó porque te mostrará una gráfica y desaparecerán todo el desastre de gráficas y tablas que estaban antes. También en la ventana de comando te saldrá un tiempo, el que tardó en cada vuelta. Hay dos botones de imagen, uno te lanza el resultado de las

pérdidas verás que la gráfica es una curva que baja. El otro botón de Imagen te da otra gráfica, que es la de iteraciones por Bus.

- k. Tabu Search (variante)
- l. [Bus9.m](#)
- m. [Bus30.m](#)
- n. [Caso\\_9Bus.m](#)
- o. [Caso\\_30Bus.m](#)
- p. Instrucciones: En este caso no se ejecuta un IDE sino que la corrida se observa directamente en Matlab. Debes cargar todos los archivos restantes del caso anterior. El Principal en este caso es [Bus9](#), o [Bus30](#), según sea el caso.

## 2. Simulated Annealing

- a. En este ejemplo tendremos más de 80 archivos. La manera más práctica de compartir este ejemplo contigo es que me envíes tu dirección de correo electrónico y utilizo la herramienta de google drive para compartir todo en uno, (igual podemos hacer lo mismo con Tabu Search) de manera tal que lo descargues en tu compu, luego direccionas matlab adecuadamente y ejecutas...sencillo, gratis y un placer por servir. Por favor escribir solicitud a [dademuchconnection@gmail.com](mailto:dademuchconnection@gmail.com)

## Análisis de Flujo de Potencia

Según Weedy (1982, pág. 182), “Un flujo de carga es el modo de expresar la solución de estado en régimen de una red en el lenguaje convencional de los sistemas de potencia”.

**La información principal que se obtiene del análisis de flujos de potencia es la magnitud y el ángulo de fase del voltaje en cada barra y las potencias real y reactiva que fluye en cada línea.** La solución de problemas de flujo se realizan mediante métodos que a su vez son ejecutados por programas de computación especialmente diseñados para el análisis de sistemas de potencia.

La barra de referencia de un sistema es aquella con respecto a la cual se miden los voltajes y a través de la cual todas las corrientes encuentran camino de retorno. En la mayoría de los análisis de sistemas de potencia, la tierra es el voltaje de referencia y tiene valor de cero voltios.

Para iniciar el estudio de cargas se utilizan la admitancia propia y mutua, que luego se insertan en la matriz de admitancias de barra  $Y_{barra}$ , como también se pueden utilizar las impedancias propias y mutuas que conforman  $Z_{barra}$ . El punto de partida son los datos que proporciona el diagrama unifilar, el cual arroja los valores de las impedancias en serie y las admitancias en paralelo, valor nominal de los condensadores y el conjunto de tomas de los transformadores.

Un elemento típico de  $Y_{barra}$  tiene la forma siguiente:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} = |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} + j |Y_{ij}| \sin \theta_{ij} \quad (1)$$

Entre las especificaciones que deben añadirse a los datos iniciales están la potencia real en la red, considerando como potencia negativa que entra al sistema la consumida por la carga, mientras que las positivas son las de los generadores porque entran a la red. Adicionalmente, otras que pueden ser negativas o positivas a la vez que entran o salen por las interconexiones. También se debe especificar la potencia reactiva de la red así como el

valor de tensión. Por lo general se acostumbra fijar la potencia reactiva en las barras de la carga y el valor de tensión en las barras de los generadores.

El voltaje de una barra típica  $i$  del sistema está dado en coordenadas polares según la forma siguiente:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (2)$$

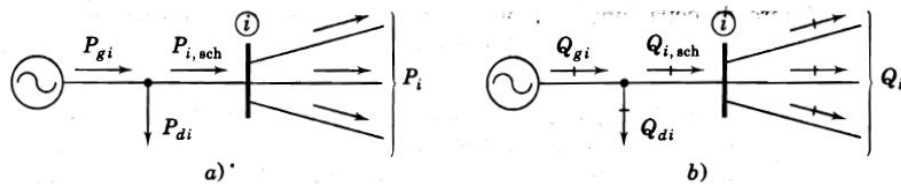
Mientras que la corriente  $J$  que entra a una barra  $i$  del sistema en términos de  $Y_{in}$  de la matriz  $Y_{barra}$ , se calcula mediante la fórmula siguiente:

$$J_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{iN} V_N = \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \quad (3)$$

En cada barra se especifican los valores de  $\delta_i, |V_i|$ , de  $P_i$  y  $Q_i$ , que son las potencias real y activas totales respectivamente. Su relación con la matriz  $Y_{barra}$  es la siguiente:

$$P_i - jQ_i = V_i * \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n = \sum_{n=1}^N |Y_{in} V_n V_i| \angle \theta_{in} + \delta_n - \delta_i \quad (4)$$

La Figura 12 muestra la notación generalmente utilizada para las potencias activas y reactivas de una barra típica  $i$ :



**Figura 12:** Notación para las potencias a) activa, b) reactiva de una barra típica  $i$ .

**Fuente:** (Grainger & Stevenson, 1996)

La barra oscilante es aquella en la que no se especifica la potencia real, y por lo general es una barra a la que está conectada un generador. En cada una de las barras no puede ser fijada por anticipado la potencia que entra al sistema, debido a que no se conocen las pérdidas del mismo, dato que se obtiene cuando se ha terminado el estudio.

## Sistema en por unidad

Existe una gran diversidad de equipos que se conectan a las redes eléctricas, provenientes de numerosos fabricantes cada uno de los cuales utiliza formas particulares para especificar las características de los mismos. Debido a esto, se acostumbra establecer una base común con respecto a la cual se refieren los parámetros de los circuitos equivalentes que se utilizan para el análisis de flujo. Este método simplifica enormemente la representación de los elementos y la solución computacional.

El sistema por unidad se especifica expresando la tensión, la corriente, la potencia y la impedancia de un circuito con referencia a un valor base que se elige para cada una de las magnitudes de interés. El valor por unidad de una magnitud se define como la razón de su valor al valor base:

$$\text{valor por unidad} = \frac{V_{real}}{V_{base}} \quad (5)$$

El valor base es adimensional. Las tensiones, corrientes, potencias e impedancias se relacionan entre sí de tal forma que seleccionando dos cantidades base, se pueden encontrar las otras dos. Es común seleccionar el voltaje y la potencia como valores base.

### **Determinación de la matriz de admitancias $Y_{barra}$**

El objetivo fundamental del análisis del flujo de potencia es calcular con precisión la magnitud y el ángulo de fase de los voltajes de estado estacionario en todas las barras de una red, para luego calcular la potencia activa y reactiva en cada una de las barras, líneas de transmisión y transformadores, partiendo de un supuesto valor conocido de generación y carga.

Se denominan variables de estado aquellas cuyos valores no se especifican en los datos de entrada, como es el caso de las magnitudes y ángulos de fase de los voltajes de barra. Esto convierte el problema de flujo en la determinación de los valores de las variables de estado, para lo que se resuelve un igual número de ecuaciones de flujo de potencias simultáneas. Para el cálculo de dichas variables de estado se emplean los métodos iterativos de Gauss-Siedel y Newton-Raphson que se describirán más adelante.

Este apartado se dedica al cálculo de la matriz de admitancia  $Y_{barra}$ , también conocida como  $Y_{bus}$ , por ser el primer paso necesario para la aplicación de cualquier método que requiere, evidentemente, de datos iniciales en relación a los parámetros de una red (capacitancia, inductancia y resistencia).

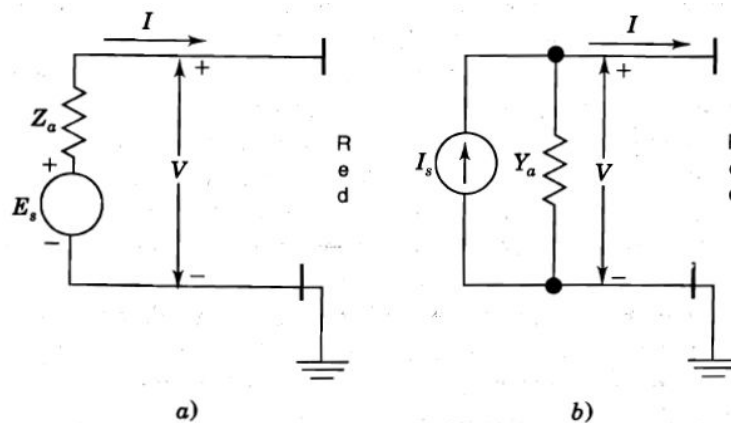
Un generador se representa en estado estable mediante el circuito de la Figura 13 a). La ecuación para dicho circuito es la siguiente:

$$E_S = IZ_a + V \quad (6)$$

Luego, se puede dividir toda la expresión entre  $Z_a$  y se obtiene la expresión de la corriente de la Figura 13 b):

$$J_S = \frac{E_S}{Z_a} = IZ_a + V Y_a \quad (7)$$

Donde  $Y_a = \frac{1}{Z_a}$ . La operación realizada es el procedimiento común que consiste en el intercambio de una fuente de voltaje con su resistencia en serie, por una fuente de corriente con su admitancia en paralelo.



**Figura 13:** Circuitos equivalentes para trabajar con admitancias.  
Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)

Las fuentes  $E_S$  e  $J_S$  pueden considerarse como aplicadas externamente en los nodos de las redes de transmisión. Para modelar una red, una rama típica  $a$  puede ser representada mediante la admitancia de rama  $Y_a$ , la cual acostumbra denominarse *impedancia elemental*  $Y_a$ . La ecuación que caracteriza a la rama  $a$  es :

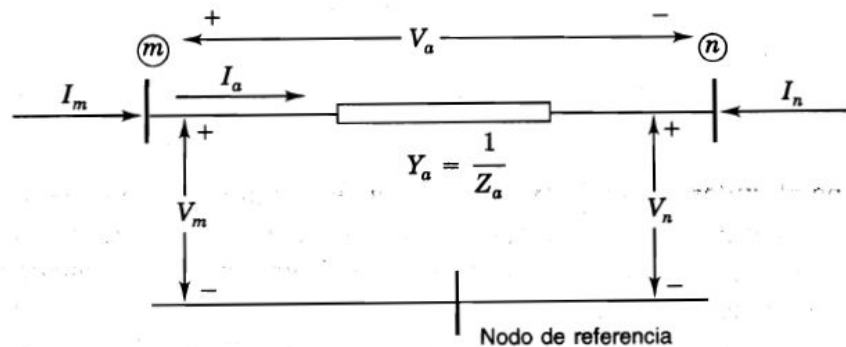
$$Y_a V_a = I_a \quad (8)$$

Las variables  $V_a$  e  $I_a$  están asociadas a la red, independientemente a la rama  $a$  independientemente de cómo esté conectada dicha rama a la red. El método para determinar la matriz  $Y_{barra}$  considera cada rama por separado para luego combinarla después con las otras ramas de la red. Supóngase que la admitancia  $Y_a$  se conecta entre los nodos  $n$  y  $m$  de la Figura 14 que pertenecen al único nodo que aparece en la figura, el cual es el nodo de referencia. Se considera positiva la corriente que entra a la red por cualquiera de sus nodos ( $J_m$  e  $J_n$ ), mientras negativa a la que sale de la red por cualquiera de sus nodos. Según la Figura 14, la relación entre  $I_a$ ,  $J_m$  e  $J_n$ , representada en forma matricial, quedaría de la siguiente manera:

$$|J_m \ J_n| = |1 \ -1| I_a \quad (9)$$

Mientras que la relación entre  $V_a$ ,  $V_m$  e  $V_n$ , representada en forma matricial, quedaría de la siguiente manera:

$$V_a = |1 \ -1| |V_m \ V_n| \quad (10)$$



**Figura 14:** Voltajes y corrientes de la rama típica  $a$ .  
Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)

Sustituyendo 8 y 9 en 10, obtenemos la ecuación que describe el comportamiento de la red en términos de su admitancia:

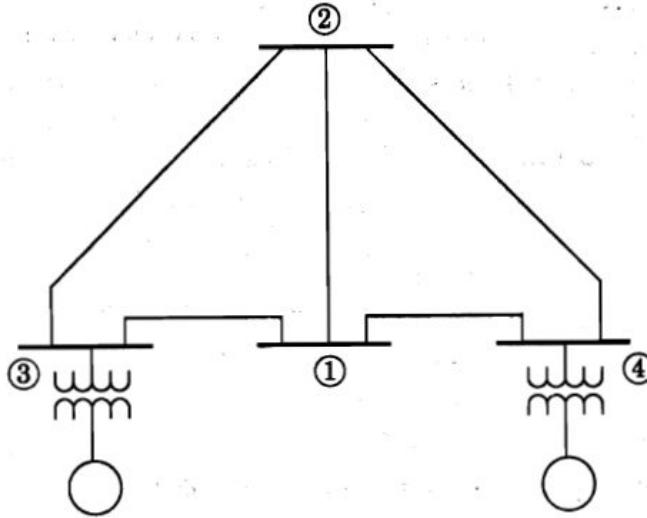
$$|1 \ -1| |Y_a| |1 \ -1| |V_m \ V_n| = |J_m \ J_n| \quad (11)$$

La ecuación 11 se puede simplificar para obtener:

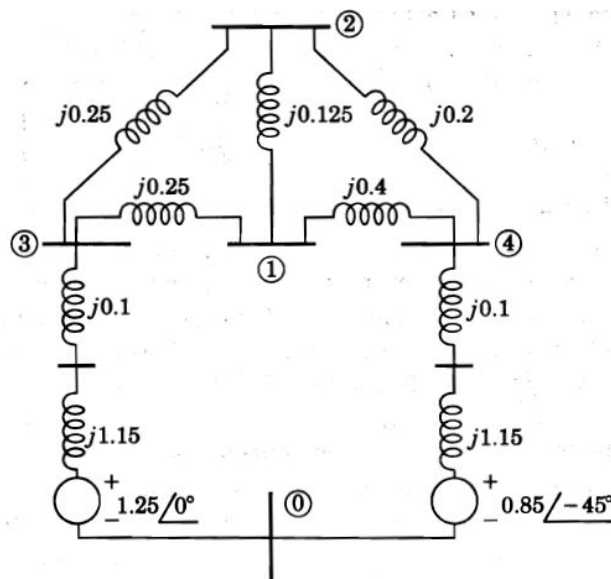
$$|Y_a \quad -Y_a \quad -Y_a \quad Y_a ||V_m \quad V_n| = |J_m \quad J_n| \quad (12)$$

La ecuación 12 es la *Ecuación de Admitancias de Nodo* de la rama típica *a*, mientras la matriz de coeficientes es la *Matriz de Admitancias de Nodo*.

Como ejemplo de la aplicación del método, se considera el ejemplo de la Figura 15. El diagrama de reactancias correspondiente se muestra en la Figura 16.



**Figura 15:** Diagrama unifilar de sistema de cuatro barras.  
Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)



**Figura 16:** Diagrama de reactancias para el diagrama de la Figura 15.  
Fuente: (Grainger & Stevenson, 1996)



Sustituyendo los valores de cada admitancia, obtenemos la matriz  $Y_{barra}$  del sistema, correspondiente a la matriz de coeficientes de la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix}
 -j14.5 & j8.0 & j4.0 & j2.5 & j8.0 & -j17.0 & j4.0 & j5.0 & j4.0 & j4.0 & -j8.8 & 0.0 & j2.5 & j5.0 & 0.0 & -j8.3 \\
 j8.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j4.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j2.5 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j8.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 -j17.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j4.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j5.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j4.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j4.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 -j8.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j2.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
 j5.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 & 0.0 \\
 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5 & 0.0 \\
 -j8.3 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -14.5
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 V_2 \\
 V_3 \\
 V_4
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 1.00 \\
 -90.068 \\
 -135
 \end{bmatrix}
 \quad (15)$$

Una manera alternativa de ahorrar tiempo es utilizar los formatos de la librería que aporta MatPower, formatos modificables que ya proveen del arreglo de matrices necesarios para trabajar en Matlab. Dichos formatos se corresponden con los modelos más comunes y estudiados de sistemas de potencia.

### Solución de la matriz de admitancias $Y_{barra}$ mediante Matlab

El ejemplo anterior se puede resolver utilizando Matlab mediante el siguiente procedimiento:

```
YBUS=[-14.5i,8.0i,4.0i,2.5i;8.0i,-17.0i,4.0i,5.0i;4.0i,4.0i,-8.8i,0.0;2.5i,5.0i,0.0,-8.3i]
```

```
YBUS =
```

```

0.0000 -14.5000i 0.0000 + 8.0000i 0.0000 + 4.0000i 0.0000 + 2.5000i
0.0000 + 8.0000i 0.0000 -17.0000i 0.0000 + 4.0000i 0.0000 + 5.0000i
0.0000 + 4.0000i 0.0000 + 4.0000i 0.0000 - 8.8000i 0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 2.5000i 0.0000 + 5.0000i 0.0000 + 0.0000i 0.0000 - 8.3000i

```

```
>> IBUS=[0;0;-i;-0.48-048i]
```

```
IBUS =
```

```

0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i
0.0000 - 1.0000i
-0.4800 -48.0000i

```

```
>> VBUS=inv(YBUS)*IBUS
```

```
VBUS =
```

```

30.3590 - 0.2973i
30.6630 - 0.3004i

```

27.8509 - 0.2717i

33.3991 - 0.3283i

>> abs(VBUS)

ans =

30.3604

30.6645

27.8522

33.4007

angle(VBUS)\*57.3

ans =

-0.5611

-0.5613

-0.5589

-0.5633

## Métodos de solución

Las diferencias entre el tipo de datos aportados para cada barra dificulta la obtención de una solución formal del problema de las cargas en una red eléctrica. Por ello se usan métodos computacionales, los cuales por medio de iteraciones, asignan valores estimados a las tensiones desconocidas en las barras, calculando así la tensión en una barra a partir de los valores estimados en las otras y las potencias real y reactivas especificadas. Se obtiene entonces un conjunto de tensiones en las barras por medio de las cuales se obtiene otro conjunto de tensiones en las barras. A cada cálculo de un nuevo conjunto de tensiones se le denomina *iteración*.

Dos métodos *iterativos* resaltan: Gauss-Siedel y Newton-Raphson.

### Método de Gauss-Seidel.

El primer paso es designar a una barra como barra oscilante. Designando a la barra número 1 como barra oscilante, se procede a calcular las tensión para la barra 2, a partir de las potencias real  $P_2$  y reactiva  $Q_2$  especificadas para ella:

$$V_2 I_2^* = P_2 + jQ_2 \quad (16)$$

Luego:

$$J_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} \quad (17)$$

Ahora, en términos de las admitancias propias y mutuas, omitiendo los generadores y las cargas, suponiendo cuatro barras:

$$\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 \quad (18)$$

Así, despejando  $V_2$ :

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left( \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - [Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4] \right) \quad (19)$$

La ecuación 19 genera un valor corregido de  $V_2$  en base a los valores de  $P_2$  y  $Q_2$  previstos. Los valores de  $V_2$  y  $V_2^*$  no coinciden. Para lograr una mejor aproximación, se

sustituye el conjugado del valor calculado para  $V_2$  en  $V_2^*$  de la ecuación 19, y se realiza de nuevo la operación. Así, de forma iterativa, se logra un valor corregido para  $V_2$ , prescindiendo del valor de la potencia en otras barras.

Este valor de  $V_2$  no es definitivo, ya que el mismo está basado en valores estimados en otras barras y las tensiones reales aún no son conocidas. El valor corregido de tensión, calculado en cada barra, se utiliza para calcular un valor corregido en la siguiente, proceso que se repite sucesivamente en todas las barras a lo largo de la red para completar la primera iteración. Luego se realiza todo el proceso nuevamente, hasta que el valor de la corrección de la tensión en cada barra es menor que el índice de precisión determinado.

Es posible llegar a una solución errónea si las tensiones de partida son muy diferentes a las tensiones reales. Los resultados errados son fácilmente distinguibles debido a que las tensiones del sistema por lo general no tienen un intervalo de fase mayor que  $45^\circ$  y la diferencia entre barras adyacentes es incluso menor de  $10^\circ$ .

En resumen, la tensión para cualquier barra  $K$ , para un total de  $N$  barras, y para  $P_K$  y  $Q_K$ .

$$V_K = \frac{1}{Y_{KK}} \left( \frac{P_K - jQ_K}{V_K^*} - \sum_{n=1}^N Y_{Kn} V_n \right) \quad n \neq K \quad (20)$$

La experiencia indica que el método de Gauss-Seidel requiere un número excesivo de iteraciones, lo cual puede reducirse si la corrección de la tensión en cada barra se multiplica por alguna constante que aumente el valor de la corrección para llevar el valor de la tensión lo más próximo posible al valor al que está convergiendo. Dichos factores se denominan factores de aceleración.

### **Método de Newton-Raphson**

Se basa en la expansión de series de Taylor para dos o más variables. Las derivadas parciales de orden superior a uno se desprecian. La mayoría de los programas computacionales comienzan con una aproximación mediante el método Gauss-Seidel, para obtener un buen valor inicial de tensión para aplicar luego el método de Newton-Raphson. Estas tensiones se usan para calcular  $P$  y  $Q$  en todas las barras, con excepción de la barra

oscilante. Las barras además, especifican un valor para las potencias. Luego, la diferencia entre los valores calculados y los valores especificados se emplea para determinar las correcciones en las tensiones de barra. El proceso se repite hasta que los valores de  $P$  y  $Q$  o  $|V|$ , en todas las barras, difiera de los valores especificados en menos que el índice de precisión determinada.

En la barra  $K$ , para un sistema de  $N$  barras,  $P_K$  y  $Q_K$ , están dadas por:

$$P_K - jQ_K = V_K^* \sum_{n=1}^N Y_{Kn} V_n \quad (21)$$

Considerando a  $V_K = a_K + jb_K$ , y a  $Y_{Kn} = G_{Kn} + jB_{Kn}$ , la ecuación 21 se puede expresar como:

$$P_K - jQ_K = (a_K - jb_K) \sum_{n=1}^N (G_{Kn} + jB_{Kn})(a_n + jb_n) \quad (22)$$

La parte real de la ecuación 22 es proporcional a  $P_K$ , mientras la parte imaginaria de 22 es proporcional a  $Q_K$ .

En las barras donde la tensión se controla, la barra  $P$  por ejemplo, el cuadrado de la magnitud de la tensión es:

$$|V_P|^2 = a_p^2 + b_p^2 \quad (23)$$

En cada iteración serán calculados los cambios en  $a_p$  y en  $b_p$ . En el proceso iterativo, los valores calculados de  $P_K$ ,  $Q_K$  o  $|V|^2$  deben ser comparados con lo valores especificados:

$$\Delta P_K = P_{K,especificado} - P_{K,calculado} \quad (24)$$

$$\Delta Q_K = Q_{K,especificado} - Q_{K,calculado} \quad (25)$$

$$\Delta |V_K|^2 = |V_{K,especificado}|^2 - |V_{K,calculado}|^2 \quad (26)$$

Los valores  $\Delta P_K$ ,  $\Delta Q_K$  y  $\Delta |V_K|^2$ , son utilizados para calcular nuevos valores para las tensiones de barra usando la siguiente ecuación, en el caso supuesto de tres barras,

considerando la barra 1 como la barra oscilante, la barra 2 con carga  $P_2$  y  $Q_2$  especificados, y la barra 3 con carga  $P_3$  y  $|V_3|$  especificadas:

$$[\Delta P_2 \Delta P_3 \Delta Q_2 \Delta |V_3|^2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial a_2} & \frac{\partial P_2}{\partial a_3} & \frac{\partial P_2}{\partial b_2} & \frac{\partial P_2}{\partial b_3} & \frac{\partial P_3}{\partial a_2} & \frac{\partial P_3}{\partial a_3} & \frac{\partial P_3}{\partial b_2} & \frac{\partial P_3}{\partial b_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial a_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial a_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial b_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial b_3} & \frac{\partial |V_3|^2}{\partial a_2} & \frac{\partial |V_3|^2}{\partial a_3} & \frac{\partial |V_3|^2}{\partial b_2} & \frac{\partial |V_3|^2}{\partial b_3} \end{bmatrix} [\Delta a_2 \Delta a_3 \Delta b_2 \Delta b_3] \quad (27)$$

Para ordenar los elementos de la matriz jacobiana anterior, y utilizarla, se procede de la siguiente manera:

1. Se calculan  $P_K$ ,  $Q_K$  y  $|V_K|^2$  para toda  $K$  excepto  $K = 1$  (barra oscilante);
2. Se determinan  $\Delta P_K$ ,  $\Delta Q_K$  y  $\Delta |V_K|^2$ , para toda  $K$  excepto  $K = 1$ . Si todos los valores son menores que el índice de precisión, se calculan  $P_1$  y  $Q_1$  y se da la solución completa incluyendo el flujo de la línea;
3. Si no se ha alcanzado la precisión deseada, se evalúan los elementos de la jacobiana sustituyendo en las ecuaciones de las derivadas parciales las tensiones supuestas para la primera iteración;
4. Se resuelve la ecuación 16 para  $\Delta a_K$  y  $\Delta b_K$ , para toda  $K$  excepto  $K = 1$ ;
5. Se determinan las nuevas tensiones de las barras agregando los incrementos de tensión a los valores anteriores;
6. Se repite el paso 1 y así sucesivamente.

El número de iteraciones requeridas por el método Newton-Raphson usando las admitancias de las barras es prácticamente independiente del número de barras. El método Newton-Raphson por lo general consume menos tiempo de computación que el método Gauss-Seidel.

Post by: Larry Francis Obando – Technical Specialist -

Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Central de Venezuela, Caracas.

Escuela de Ingeniería Electrónica de la Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas.

Escuela de Turismo de la Universidad Simón Bolívar, Núcleo Litoral.

Contact: Caracas, Quito, Guayaquil, Cuenca. WhatsApp: 00593984950376

[dademuchconnection@gmail.com](mailto:dademuchconnection@gmail.com)

## BIBLIOGRAFÍA

- Acha, E., Fuerte, C., Ambriz, H., & Camacho, C. (2004). *FACTS - Modelling and simulations in power networks*. Chichester.
- Aguas, D. (2014). *Esquema de alivio de carga óptimo por bajo voltaje para el sistema nacional interconectado mediante power factory y matlab*. Quito.
- Arguello, G. (1988). *Análisis y control de sistemas eléctricos de potencia*. Quito.
- Fernández, J. C., & Fuentes, E. S. (2011). *Modelo de flujo óptimo de potencia utilizando técnicas de optimización*. Antiguo Cuscatlán, El Salvador: Universidad Centroamericana José Simeon Cañas.
- Grainger, J., & Stevenson, W. (1996). *Análisis de sistemas de potencia*. México: McGraw-Hill.
- Guzmán, M. (2012). *Flujos de potencia con Matlab*. México.
- Guzmán, N. S. (2014). *Flujo de potencia óptimo para minimizar las pérdidas de potencia activa en el sistema nacional interconectado empleando el método de puntos interiores Primal-Dual y programación Matlab*. Quito.
- InfoPLC. (2012). *InfoPLC*. Obtenido de [http://www.infoplac.net/files/documentacion/esquemas/infoPLC\\_Simbologia.pdf](http://www.infoplac.net/files/documentacion/esquemas/infoPLC_Simbologia.pdf)
- INTECH. (2012). *INTECH*. Obtenido de <http://www.intechopen.com/books/advances-in-expert-systems/electric-power-system-operation-decision-support-by-expert-system-built-with-paraconsistent-annotate>
- Nuques, B. O. (2009). *Expansión del sistema nacional de transmisión ecuatoriano usando algoritmos*. Quito.
- Seifi, H., & Sadegh, M. (2011). *Electric Power System Planning: Issues, Algorithms and Solutions*. Springer.
- Stevenson, W. (1985). *Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia*. México.
- Weedy, B. (1982). *Sistemas Eléctricos de Gran Potencia*. Barcelona: Reverté.
- Zhang, X.-P., Rehtanz, C., & Pal, B. (2012). *Modeling of Multi-Functional Single Converter FACTS in Power Flow Analysis*. Birmingham: Springer.

